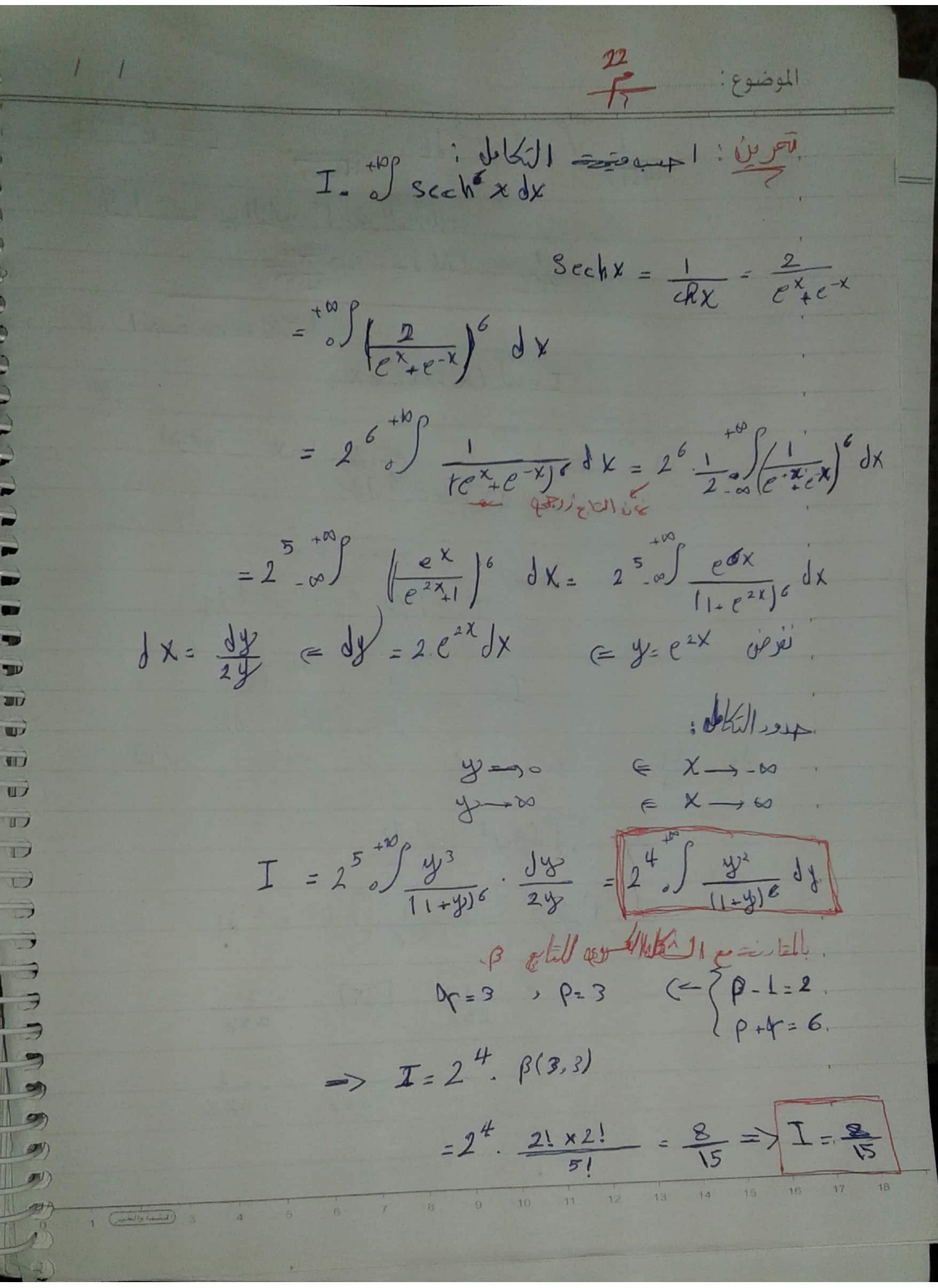


تمرين: احسب قيمة التكامل:

$$I = \int_0^{+\infty} \operatorname{sech}^6 x \, dx$$

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\operatorname{ch} x} = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$$

$$= \int_0^{+\infty} \left(\frac{2}{e^x + e^{-x}}\right)^6 dx$$

$$= 2^6 \int_0^{+\infty} \frac{1}{(e^x + e^{-x})^6} dx = 2^6 \cdot \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{e^x + e^{-x}}\right)^6 dx$$

لأن التابع زوجي

$$= 2^5 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{e^x}{e^{2x}+1}\right)^6 dx = 2^5 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{6x}}{(1+e^{2x})^6} dx$$

نفرض $y = e^{2x} \Leftarrow dy = 2e^{2x} dx \Leftarrow dx = \frac{dy}{2y}$

حدود التكامل:

$x \to -\infty \Leftarrow y \to 0$

$x \to \infty \Leftarrow y \to \infty$

$$I = 2^5 \int_0^{+\infty} \frac{y^3}{(1+y)^6} \cdot \frac{dy}{2y} = \boxed{2^4 \int_0^{+\infty} \frac{y^2}{(1+y)^6} dy}$$

بالمقارنة مع الشكل العام للتابع β

$$\begin{cases} p-1=2 \\ p+q=6 \end{cases} \Rightarrow p=3 \; , \; q=3$$

$$\Rightarrow I = 2^4 \cdot \beta(3,3)$$

$$= 2^4 \cdot \frac{2! \times 2!}{5!} = \frac{8}{15} \Rightarrow \boxed{I = \frac{8}{15}}$$

/ /   الموضوع :

تمرين: احسب قيمة التكامل:

$$I = \int_{0}^{+\infty} \frac{x^3}{(1+x^4)^3} dx$$

الجواب: $= \frac{5\pi\sqrt{2}}{128}$

تمرين: احسب قيمة التكامل:

$$I = \int_{0}^{1} x^3 \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{16}$$

نفرض: $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = y$

تمرين: احسب قيمة التكامل:

$$\int_{0}^{+\infty} \frac{x^a}{a^x} dx \quad \text{حيث} \quad a > 1$$

نفرض $a^x = e^t \Leftarrow t = x\ln a$

تمرين: احسب قيمة التكامل:

$$I = \int_{0}^{+\infty} x^n \cdot e^{-\sqrt{ax}} dx$$

حيث n عدد طبيعي و $a > 0$.

نفرض $\sqrt{ax} = t$

الجواب: $\frac{2}{a^{n+1}} \cdot (2n+1)!$

استنتاج عوامل فورييه

0 1 المبتدأ والخبر 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17